

ELABORADA POR LA PROF.
REBECA ALEGRÍA
ADAPTADA POR LA PROF.
CORDELIA KHOURI

Razones y Proporciones

- Magnitud: es todo aquello que experimenta cambios, el cual puede ser medido y cuantificado.
- Cantidad: es un estado particular de la magnitud en un momento determinado de estudio, el cual resulta de medir (cuantificar) la variación, expresado en ciertas unidades de medida.
- Magnitudes proporcionales: cuando al variar uno de ellos entonces la otra también varía en la misma proporción, es decir, cuando al multiplicar (dividir) una de ellas por un número, la otra queda multiplicada (dividida) por el mismo número.
- Magnitudes directamente proporcionales: es cuando al aumentar (disminuir) el valor de una de ellas, la otra aumenta (disminuye) en la misma proporción.
- Magnitudes inversamente proporcionales: es cuando al aumentar (disminuir) el valor de una de ellas, la otra disminuye (aumenta) en la misma proporción.
- Razón geométrica: es el resultado de comparar dos cantidades, hallando cuántas veces una contiene a la otra, es decir, dividiéndolas. Se acostumbra llamar a la razón geométrica simplemente razón.

$$\begin{array}{c} \text{Antecedente} \\ \downarrow \\ \frac{a}{b} = k \\ \uparrow \\ \text{Consecuente} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{de la} \\ \text{razón} \end{array}$$

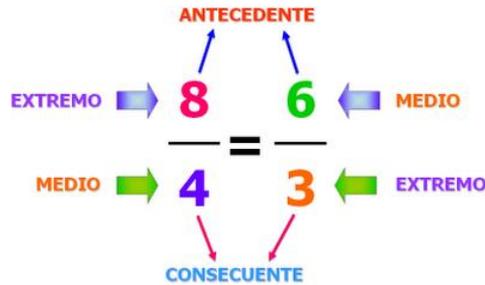
$$\begin{array}{c} \text{Antecedente} \\ \swarrow \\ 8 \\ \downarrow \\ \frac{8}{4} = 2 \\ \swarrow \\ \text{Consecuente} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Razón} \end{array}$$

- Proporción: es la igualdad de dos razones. Se representa:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : b :: c : d$$

- Los Términos de una proporción son:
Extremos primero y cuarto medios segundo y tercero.
Antecedentes primero y tercero, consecuentes segundo y cuarto.



- Las proporciones geométricas pueden ser:

Discretas: cuyos medios no son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Continuas: cuando los medios son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

- Media proporcional o media geométrica: es cada uno de los términos medios de una proporción geométrica continua.
- Regla de tres: es un procedimiento algebraico que permite calcular uno de los términos de una proporción, conocido el valor del resto de los términos.
- Regla de tres simple: cuando intervienen en ella sólo dos magnitudes.
- Regla de tres compuesta: cuando intervienen en ella tres o más magnitudes.
- Porcentajes: El porcentaje es una forma de comparar cantidades, resultando un número o cantidad de referencia que representa la proporcionalidad de una parte respecto a un total que se considera dividido en cien unidades.

Ejercicios resueltos

- Escribe una expresión algebraica que permita calcular la media proporcional:

Para resolver este ejercicio debemos tener claro: ¿qué es una media proporcional? ¿Cuáles conceptos están involucrados? ¿A dónde queremos llegar? (revisa los conceptos presentados)

Partimos de la proporción continua, porque la media proporcional se presenta cuando los medios son iguales, en este tipo de proporción.

Los conceptos involucrados son: proporción, términos medios iguales, igualdad, despeje de ecuaciones.

Al observar la proporción, podemos despejar b.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

b=?

Como nos piden encontrar una expresión para la media proporcional, lo que debemos buscar es una expresión algebraica que nos permita calcular el valor de b.

$$\begin{aligned}a x c &= b x b \\a x c &= b^2 \\ \sqrt{a x c} &= b\end{aligned}$$

Resultado: la media proporcional es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos.

Algunos tips



1. Las actividades que estén identificadas con , resultan importantes de realizar. Debido a que permiten la construcción o consolidación de los conceptos trabajados en el tema. El resto de las actividades ejercitan los contenidos.
2. Las relaciones de proporcionalidad pueden presentarse en tablas, enunciados verbalmente, leyes algebraicas, por la razón de proporcionalidad entre dos o más magnitudes o gráficas.
3. Ten presente que no todas las magnitudes que estén relacionadas, son proporcionales.
4. Recuerda en el momento de realizar ejercicios:
 - .- Identificar si las magnitudes trabajadas son directa o inversamente proporcionales.
 - .- Reconocer si es una proporcionalidad simple o compuesta.
 - .- Determinar la razón (coeficiente) de proporcionalidad.
 - .- Detectar que tipo de situaciones se pueden resolver por regla de tres.
 - .- Estimar los resultados, para que puedas comparar con los obtenidos en la resolución de los ejercicios.

Ejercicios propuestos

1. Establece si hay relación de proporcionalidad entre las siguientes parejas de magnitudes y, en su caso indica qué tipo. Justifica cada caso:
 - (a) Peso (gramos) de pintura empleada y superficie pintada.
 - (b) Edades de personas y peso.
 - (c) El tiempo (horas) y las unidades de trabajo realizadas.
 - (d) Edad y consumo de tabaco.
 - (e) La edad de las personas y la experiencia laboral.
 - (f) El tiempo trabajado y el salario de un obrero.

2. Identifica si hay proporcionalidad en cada uno de las siguientes situaciones y escribe el coeficiente de proporcionalidad.
- Oscar pagó por 4,2 m. de listón \$63,00 e Pedro pagó \$123,75 por 8,25 m.
 - Juan recorre a pie 12 m, mientras que Raúl recorre en su bicicleta 40,2 m, cuando Juan recorre 24 m, Raúl recorre 80,4 m.
 - Alberto es empacador y por 4,5 horas de trabajo le pagaron \$270. Roberto, que trabaja en la misma empresa con el mismo puesto por 7 horas recibió \$420.

3. Hallar la razón entre las edades de dos niños de 10 y 14 años.

4. Cite tres pares de números cuya razón sea:

- $\frac{3}{4}$.
- 1 es a 6.
- 2 es a 3.

5. Justifica, en el caso de existir, qué tipo de relación de proporcionalidad existe entre las siguientes cantidades.

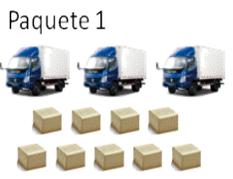
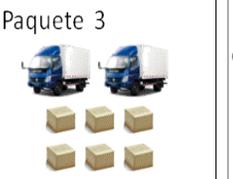
N° de Ramos	1	2	3	5	7
N° de Rosas	12	24	36	60	84

Longitud (m)	1	2	50	100	160
Precio (€)	5	10	250	500	800

Alumnos inscritos	32	45	48	18	60
Alumnos matriculados	30	15	40	15	50

6. Una clase de matemáticas tiene 12 niños y 18 niñas. Si el profesor desea formar grupos de 5 integrantes, en razón 4 niñas es a 6 niños. ¿Cuántos grupos puede formar? ¿Cuántos niños y niñas hay en cada grupo?

7.  Una compañía ofrece los siguientes paquetes de transporte, el precio asignado es por camión:

<p>Paquete 1</p> 	<p>Paquete 2</p> 	<p>Paquete 3</p> 	<p>Paquete 4</p> 	<p>Paquete 5</p> 
--	--	--	---	--

- ¿Cuál de los paquetes resulta mejor?
- Si tuvieras que transportar 12 cajas, ¿cuál de estos paquetes usarías, el 4 o dos veces el 3?
- Selecciona el paquete 1, ¿Cuál de los otros paquetes te resultará igual seleccionar?
- ¿Hay algunos paquetes que la razón entre las cajas transportadas y los camiones sea la misma?

(e) ¿Cuál es la razón de cajas transportadas por camión en cada uno de los paquetes?

8. Identifica, en cada tabla, si las magnitudes son directa o inversamente proporcionales. Determine el coeficiente de proporcionalidad (investiga qué es el coeficiente de proporcionalidad y cómo se calcula):

X	1	3	6	15	30	
Y	30	10	5	2	1	

X	5		15		25	
Y	1	2	3		5	

X	1		4	8	9	80/3
Y	16	8		2	16/9	

X	20	8	5	4	2	
Y	4	10	16	20	40	

X	3	5	7	8		12
Y	9	15	21		30	

X	2	3	4	5		10
Y	30	20	15		10	

9. Una mecanógrafa escribe 150 pulsaciones por cada 2 minutos.

(a) ¿Cuál es la razón entre las cantidades?

(b) Expresa esta relación en forma de tabla los 10 primeros minutos.

(c) Otra mecanógrafa que tiene una tasa de 250 pulsaciones por minuto. ¿Cuántas pulsaciones habrá aventajado una a otra a los 35 minutos?

10. En una lonchería se vende, café y chocolate. El registro del ingreso obtenido por la venta de sus productos está registrado en las siguientes tablas. ¿Qué producto le genera más ingreso por unidad vendida? Justifica tu respuesta.

X: cantidad de tazas	9	6	18	30	36
Y: Ingreso (€)	7,5	5	15	25	30

X: Chocolates	1	2	3	4	5
Y: Precio (€)	20	40	60	80	100

11. Encuentre el término que falta para que las dos fracciones sean equivalentes

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{x} \quad \frac{4}{m} = \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7} = \frac{s}{4} \quad \frac{x}{3} = \frac{27}{x} \quad \frac{2}{x} = \frac{x}{32} \quad \frac{2}{25} = \frac{n}{500}$$

12. Supongamos que $\frac{x}{y}$ representa un número. Si se duplican los valores de x e y, ¿Cuál es el nuevo número?

13.  Una editorial necesita valorar el número de líneas de un libro original para presupuestar el costo de su escritura en digital. El editor, cuenta todas las líneas de una página cualquiera y son 27 y además que el libro tiene 204 páginas. Él estima que tiene 5.508 líneas. ¿Cómo ha razonado? ¿Qué es lo que ha supuesto? ¿Se podría hacer una estimación más precisa?
14. Si una docena de huevos cuesta \$1.50, ¿cuál será el costo de 100 huevos?
15. Diez unidades de un artículo cuestan producirlas en \$1.000, entonces, ¿Cuánto será el costo de producción de 20 unidades?
16. El costo de 1 1/2 kilo de materia prima es de Bs. 3500. Si para producir 10 unidades del artículo, se requieren 50 kilos de materia prima, ¿Cuál será el costo para producir 400 unidades?
17.  En un hipermercado ofertan paquetes de arroz de 1,150 gramos a 175 pesetas; regalan uno al comprar 2. Otra oferta, en arroz de similar calidad son paquetes de 920 gramos a 160 pesetas por paquete; al comprar 3 regalan uno.
- (a) ¿Qué oferta es más ventajosa? ¿Por qué?
 - (b) Existirá un momento en que es igual seleccionar cualquiera de las dos ofertas? Si es cierto, ¿Cuál sería la cantidad de gramos de arroz?
18. Se vende una joya en determinadas condiciones de proporcionalidad, para un peso de 13 gramos su precio es Bs. 1859. Si el peso es de 17 gramos su precio ascendería a Bs. 2431. Calcule el precio de la joya si pesa 20 gramos.
19. Un hotel ofrece un paquete para seis personas durante 12 días por \$7920 ¿Cuál será el ingreso del hotel para 15 personas durante 8 días?
20. Una fotocopidora saca un millar de hojas oficio en 7 minutos. ¿Cuántas horas demora en sacar 20 millares de hojas oficio?
21. Para la preparación de una mermelada se necesitan 12 manzanas que cuestan en total \$1.60. ¿Cuánto costarán 6 veces esa cantidad de manzanas?
22. Una obra puede ser realizada por 6 obreros en 20 días. ¿Cuántos obreros más se necesitarán para hacer el mismo trabajo en las 3/10 partes de ese tiempo?

Verdadero o falso: en las preguntas desde las 42 hasta la 47, responde si la proposición es verdadera o falsa, justificando tu respuesta.



23. Una tienda, tiene la siguiente promoción: “Precios rebajados el 100%”.

24. De todos los doctores consultados, el 75% recomendó nuestro producto.
25. El cartel en una tienda dice: "todo al 20 % de descuento". Esto quiere decir que por cada 100 monedas que valga el producto me rebajarán 20 monedas.
26. Se aumenta el 30%, luego 20% del último precio. El aumento del precio es 50% del inicio.
27. Hemos recibido un correo electrónico de un microempresario que estaba preocupado, porque según él, sus ventas habían disminuido en un 200%, puesto en el mes enero sus ventas fueron de \$18.000.000 y en el mes de febrero, apenas llegaron a los \$6.000.000.
28. El precio de una lata de guisantes aumenta de 50 a 60 pesetas, ¿Cuál es el porcentaje de aumento en el precio? Resp. 20%.
29. El beneficio que se obtiene por la venta de determinado artículo es del 7 % ¿Cuánto ganaré si he vendido por 200 euros?
30. Un vendedor recibe un 10% de comisión sobre sus ventas y vende \$1500 de mercancías, ¿cuánto ganaría de comisión? Resp \$150.
31. Si en una tienda hacen el 20 % de todos sus artículos ¿Cuánto me rebajarán de un pantalón que vale 25 euros? ¿Cuántos euros tendré que pagar por el pantalón anterior?
32. El precio de venta es el costo original más la cantidad del margen de ganancia. Si el costo original es \$4.00 y el margen de ganancia es 25%, ¿Cuál será el precio de venta? Resp. El precio de venta \$5.00.
33. El impuesto a las ventas es 6% y se hace una compra de \$10.00. ¿Cuántos dólares se pagó de impuesto? ¿Cuánto pago por el artículo? Resp. impuesto \$0.60. El precio total de venta es \$10.60.
34. ¿95 es el 19% de qué valor? Resp. 500.
35. Supongamos ahora que prestamos a un amigo 750 y nos pagó 135 de interés. ¿Qué porcentaje nos reconoció como interés? Resp. 18%.
36. Un banco realiza las siguientes promociones:

2000 \$	al	cabo	de	5	años	producen	80 \$
4000 \$	>	>	>	5	>	>	160 \$
10000 \$	>	>	>	5	>	>	400 \$
10000 \$	>	>	>	15	>	>	1200 \$
10000 \$	>	>	>	1	año	>	80 \$
1000 \$	>	>	>	5	años	>	40 \$

¿Cuál seleccionaría usted y por qué?

37.  En una compañía de ventas y envío tiene la siguiente política: “Si la orden es inferior a \$20, entonces se cobrará el cargo mínimo de envío de \$2. Si la orden es mayor a \$20, el cargo por gastos de envío es un 10% sobre el precio de compra”.
- (a) Si la orden es \$35.00, ¿qué conviene más pagar el 10% de cargo para el envío o separar la compra en una de \$20 y otra de \$15 para pagar el cargo mínimo?
- (b) Si la orden es de \$40, ¿qué conviene más pagar el 10% de cargo para el envío o separar la compra en dos de \$20 para pagar el cargo mínimo?

Más allá de la guía

Para profundizar este tema recomendamos que revise los siguientes enlaces:

<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=210185>

<http://math.rice.edu/~lanius/proportions/index.html>